

Représenter graphiquement les termes d'une suite définie par récurrence

Situation

On peut représenter graphiquement les termes d'une suite dans un repère. Une démarche spécifique est à suivre lorsqu'elle est définie par récurrence.

Enoncé

Soit la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = (u_n)^2 \end{cases}$$

Placer u_0 , u_1 et u_2 sur l'axe des abscisses.

Etape 1 : Déterminer l'expression de f

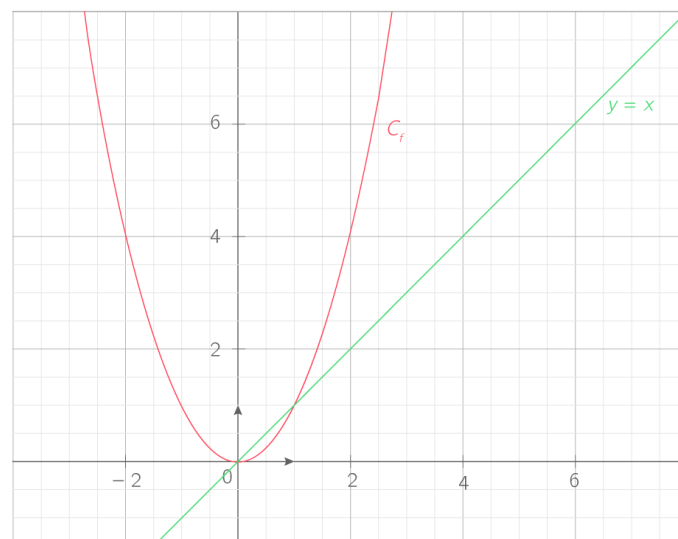
On détermine l'expression de la fonction f telle que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.

On a : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$, avec $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$.

Etape 2 : Tracer C_f et la droite d'équation $y=x$

On trace dans le même repère C_f (la courbe représentative de f) et la droite d'équation $y=x$.

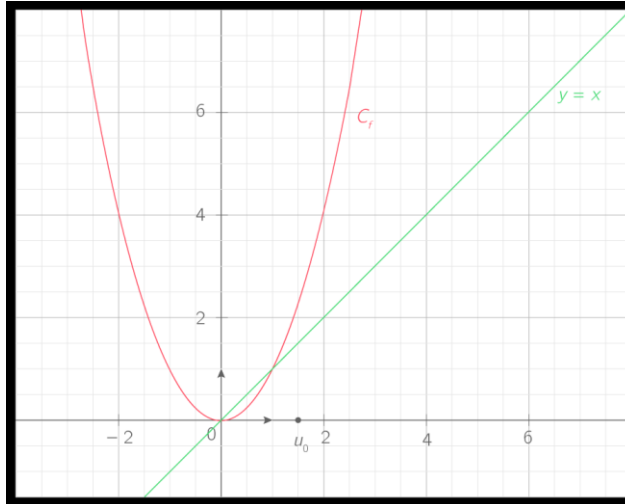
On trace la courbe représentative de f ainsi que la droite d'équation $y=x$ dans un repère.



Etape 3 : Placer u_0 en abscisse

On place u_0 en abscisse.

On place $u_0 = \frac{3}{2}$ en abscisse.

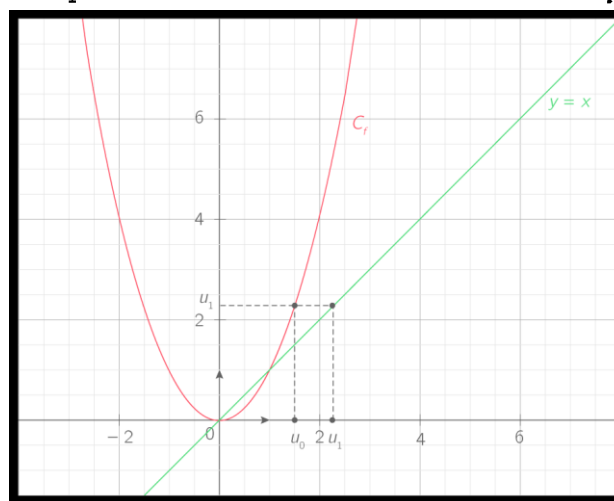


Etape 4 : Placer u_1 en abscisse

On détermine $u_1=f(u_0)$ sur la courbe représentative de f . On rejoint ensuite horizontalement la droite d'équation $y=x$, et on place l'abscisse de la valeur trouvée.

Cela donne u_1 sur l'axe des abscisses.

On a $u_1=f(u_0)$. On trace u_1 en s'aidant de C_f et de la droite d'équation $y=x$.

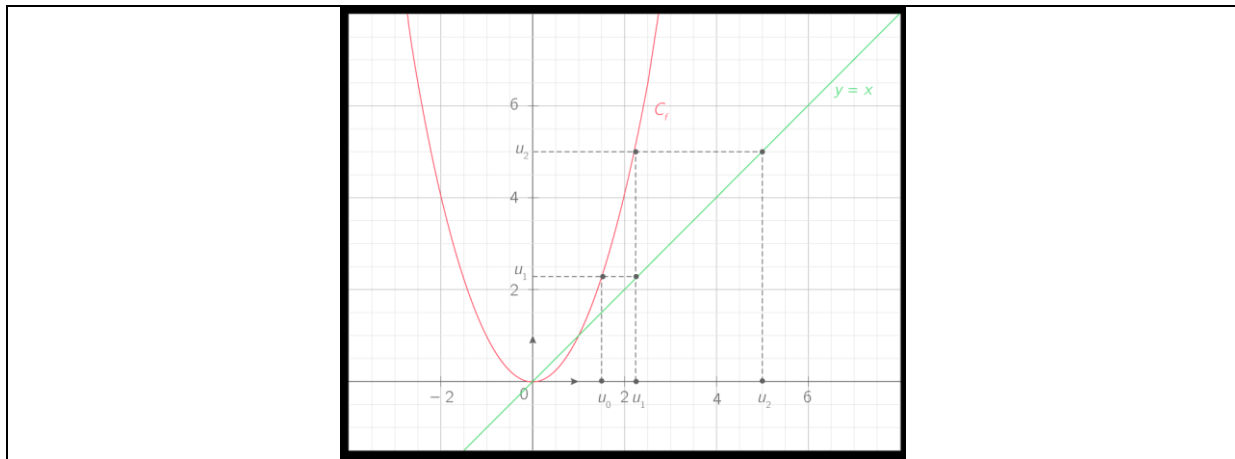


Etape 5 : Placer les autres points

On répète l'opération pour placer sur l'axe des abscisses les autres points :

- u_2 (qui vaut $f(u_1)$)
- u_3 (qui vaut $f(u_2)$), etc.

On place ensuite u_2 avec la même technique.

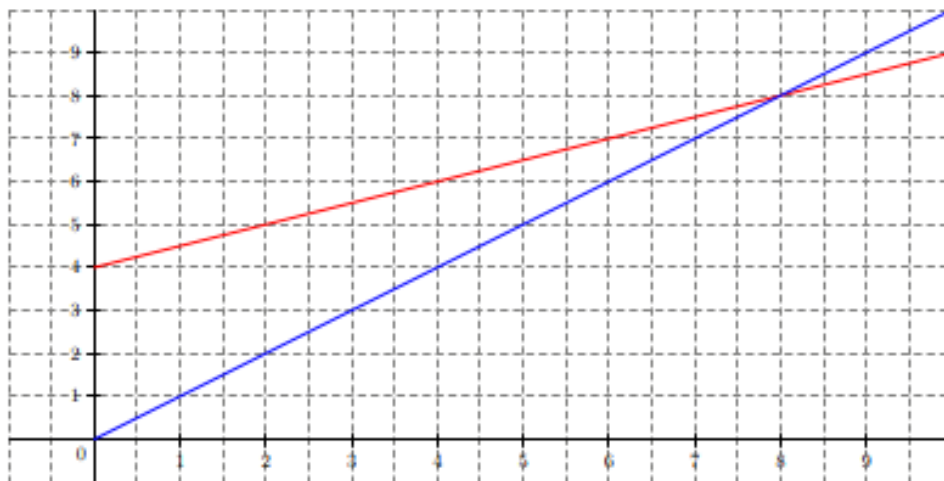


Exercice 1

Un fournisseur fait une étude sur la fidélité de sa clientèle depuis l'année 2018, où il y a eu 200 clients. Chaque année, sa clientèle est composée de 50% des clients de l'année précédente auxquels s'ajoutent 400 nouveaux clients.

On note u_n le nombre de centaines de clients à l'année 2018 + n .

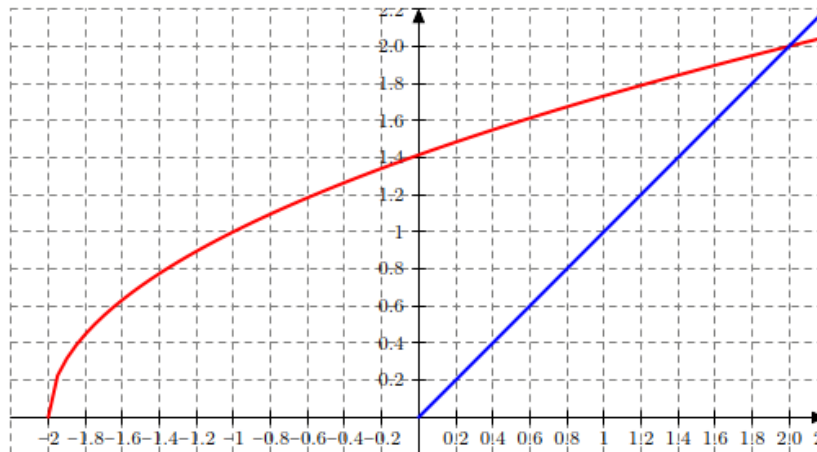
1. Préciser u_0 .
2. Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,5u_n + 4$.
3. On a tracé ci-dessous la droite représentative de la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 0,5x + 4$, ainsi que la droite d'équation $y = x$. Placer sur l'axe des abscisses par construction et sans calcul les premières valeurs de la suite u .



4. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection des deux droites tracées.
5. Conjecturer le sens de variations et la limite de la suite u .
6. On considère la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 8$.
 - (a) Démontrer que v est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - (b) En déduire l'expression en fonction de n de v_n puis de u_n .
 - (c) Déterminer le sens de variations de la suite u .
7. Déterminer la limite de la suite u . Que peut-on en conclure pour le nombre de clients du fournisseur ?

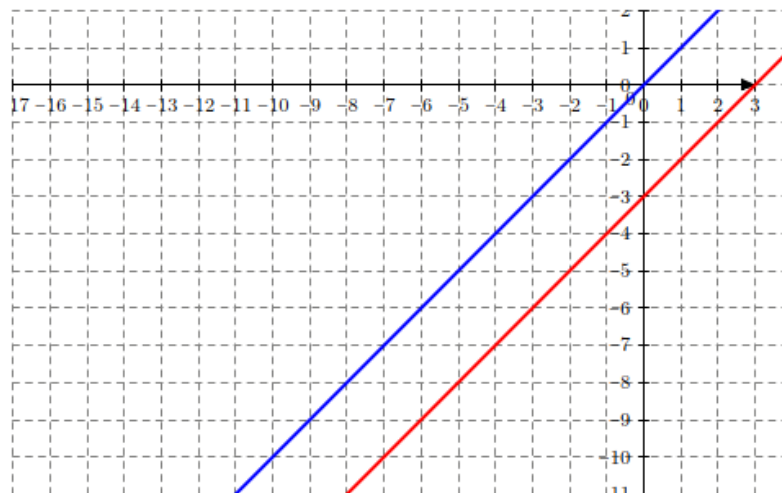
Exercice 2

Représenter graphiquement les premiers termes de la suite u définie par $u_0 = -1,5$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$:



Exercice 3

Représenter graphiquement les premiers termes de la suite u définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 3$:



Exercice 4

Représenter graphiquement les premiers termes de la suite u définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n^2 - 2u_n + 1$:

