

Information chiffrée

« Il est prouvé que fêter les anniversaires est bon pour la santé. Les statistiques montrent que les personnes qui en fêtent le plus deviennent les plus vieilles. »

Den Hartog

Objectifs principaux :

- Utilisation d'un tableau croisé d'effectifs pour calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales.
- Interprétation d'un tableau croisé en utilisant des fréquences conditionnelles.
- Réalisation de graphiques de natures diverses : diagrammes en bâtons, circulaire, et nuages de points.
- Utilisation du tableur.

Automatismes principaux :

- Calculer un taux d'évolution global à partir de taux d'évolution successifs, calculer un taux d'évolution réciproque.
- Effectuer mentalement des calculs simples mettant en jeu des nombres décimaux, des fractions et des pourcentages.
- Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, sous forme de pourcentage).
- Utiliser un ordre de grandeur pour contrôler un résultat.
- Appliquer un pourcentage d'augmentation ou de diminution.

I. Tableau croisé d'effectifs

A. Rappels

En statistique, une **population** est un ensemble d'individus (personnes ou objets) sur lesquels porte l'étude. Un **caractère** est une propriété commune aux individus de la population.

Il existe deux types de caractères :

- Les **caractères qualitatifs** : les valeurs de la série ne sont pas des nombres.
- Les **caractères quantitatifs** : que l'on peut mesurer (exprimés par des nombres).

La **fréquence** (ou la proportion) d'une valeur d'une série statistique est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

B. Tableaux croisés d'effectifs

Définition 1 : Tableau croisé d'effectifs

Un **tableau croisé d'effectifs** (ou tableau à double entrée) est un tableau donnant les effectifs portant sur deux caractères d'une même population. Les valeurs de l'un des caractères sont présentées en ligne et celles de l'autre caractère sont présentées en colonne.

Exercice 1 : Commande au salon de thé

Dans un salon de thé, on interroge 100 clients sur leur commande.

- 55 ont pris une crêpe, les autres une gaufre ;
- 70 n'ont pas pris de chantilly ;
- mais 18 ont commandé une gaufre avec de la chantilly.

Résumer ces données dans un tableau croisé.

Méthode de construction

Dans le tableau, on porte d'abord les données directes de l'énoncé puis on complète par déduction logique (par différences et sommes partielles).

Définition 2 : Marges du tableau

Les lignes et colonnes indiquées « TOTAL » sont appelées **marges** du tableau.

Exercice 2 : Enquête dans un complexe sportif

Sur un mois d'activité, le complexe sportif précédent a interrogé ses 5 000 clients et a obtenu les résultats suivants :

- 40% viennent pour pratiquer une activité « fitness » ;
- 32% ne possèdent aucun abonnement ;
- un quart des clients qui pratiquent une activité « aquatique » sont des abonnés.

Résumer ces données dans un tableau croisé.

II. Fréquences marginales et conditionnelles

A et B sont deux caractères étudiés sur les individus d'une population.

	B	$\bar{B}$	TOTAL
A			
$\bar{A}$			
TOTAL			

Table 1 : Tableau croisé d'effectifs

A. Fréquence marginale

Définition 3 : Fréquence marginale

La fréquence marginale du caractère A est égale au quotient :

$$\frac{\text{Effectif des individus ayant } A}{\text{Effectif total de la population}}$$

Exercice 3 : Club de dance

Les 250 adhérents d'un club de dance ne pratiquent qu'une seule activité : le hip-hop ou la dance moderne. 40 % des adhérents pratiquent le hip-hop, et parmi eux, 70 % ont moins de 16 ans. 60 % des adhérents qui pratiquent la dance moderne ont moins de 16 ans.

1. Résumer ces données dans un tableau croisé.
2. Déterminer les fréquences marginales des adhérents de 16 ans ou plus et ceux de moins de 16 ans dans ce club de dance.

Exercice 4 : Enquête dans un complexe sportif

Sur un mois d'activité, le complexe sportif précédent a interrogé ses 5 000 clients et a obtenu les résultats suivants :

- 40 % viennent pour pratiquer une activité « fitness » ;
- 32 % ne possèdent aucun abonnement ;
- $\frac{3}{5}$ des clients qui pratiquent une activité « aquatique » sont des abonnés.

Résumer ces données dans un tableau croisé.

B. Fréquence conditionnelle

Définition 4 : Fréquence conditionnelle

La fréquence conditionnelle du caractère A dans la sous-population possédant le caractère B est égale au quotient :

$$\frac{\text{Effectif des individus ayant A et B}}{\text{Effectif des individus ayant B}}$$

Exercice 5 : Choix de plats à la cantine

Le tableau ci-dessous donne les résultats d'une étude des plats choisis par 200 élèves à la cantine d'un lycée.

	Frites	Haricots	TOTAL
Compote	90	70	160
Crème	30	10	40
TOTAL	120	80	200

1. Calculer la fréquence marginale des deux sous-populations suivantes :
 - a. élèves ayant pris des frites ;
 - b. élèves ayant pris une crème.
2. Calculer la fréquence conditionnelle des deux sous-populations suivantes :
 - a. élèves ayant pris une compote parmi ceux qui ont pris des frites ;
 - b. élèves ayant pris des haricots parmi ceux qui ont pris une crème.

III. Représentation graphique d'une série statistique

A. Diagramme en bâtons et diagramme en barres cumulées

Utilisation

Ce diagramme sert à représenter un caractère qualitatif ou un caractère quantitatif discret (un nombre fini de valeurs). La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) associé à chaque valeur.

Diagramme en bâtons

Notes	2	4	6	7	8	9	10	11	12	14	17	Total
Effectif	1	2	1	2	2	3	4	6	2	1	1	25
Fréquence %	4	8	4	8	8	12	16	24	8	4	4	100

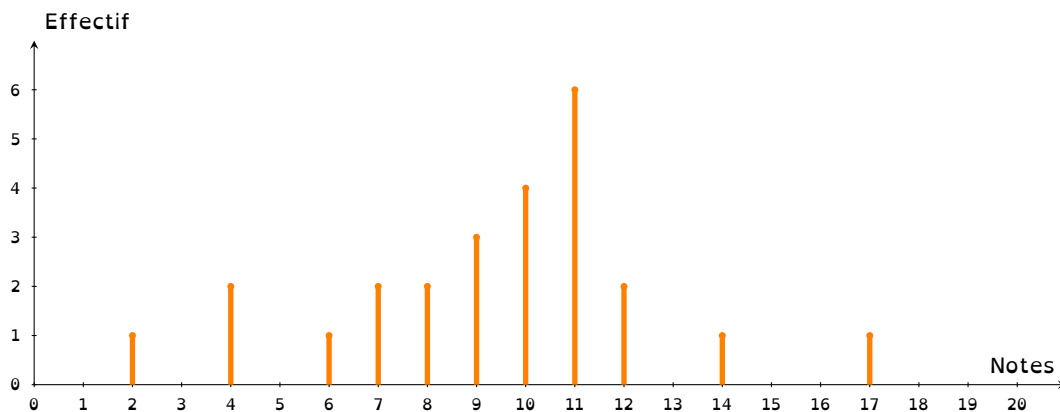


Figure 1 : Diagramme en bâtons et série des notes d'un contrôle

Diagramme en barres cumulées

Lorsque l'on étudie deux caractères, il peut être intéressant d'utiliser un **diagramme en barres cumulées** pour visualiser la répartition interne de chaque catégorie.

Exercice 6 : Statut matrimonial

Dans une entreprise, on s'intéresse au statut matrimonial des employés. On obtient le tableau suivant :

	Femmes	Hommes	TOTAL
Célibataires	98	93	191
Divorcés	47	27	74
Mariés	145	182	327
Veufs	5	3	8
TOTAL	295	305	600

Construire un diagramme en barres puis un diagramme en barres cumulées représentant les employés de l'entreprise en fonction de leur statut matrimonial.

B. Diagramme circulaire

Utilisation

Ce diagramme est utilisé pour tout type de caractère (particulièrement qualitatif). La mesure de chaque secteur angulaire est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) associé. Le coefficient de proportionnalité pour passer de la fréquence (en %) à l'angle (en degrés) est de 3,6 (car $360^\circ/100 = 3,6$).

Diagramme circulaire

Sport	Tennis	Football	Handball	Rugby	Autres	Total
Effectif	4	19	7	15	5	50
Fréquence %	8	38	14	30	10	100
Mesure de l'angle en degrés	28,8	136,8	50,4	108	36	360

×3,6

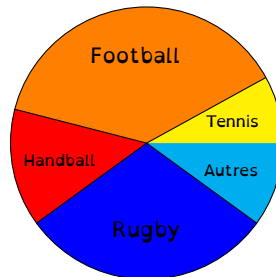


Figure 2 : Diagramme circulaire représentant la répartition des adhérents à un club sportif

C. Nuage de points

Utilisation

Lorsque l'on étudie deux caractères **quantitatifs** sur une population, un type de représentation graphique possible est le **nuage de points**. Chaque couple de valeurs correspondant aux deux caractères étudiés est représenté par un point dans un repère orthogonal.

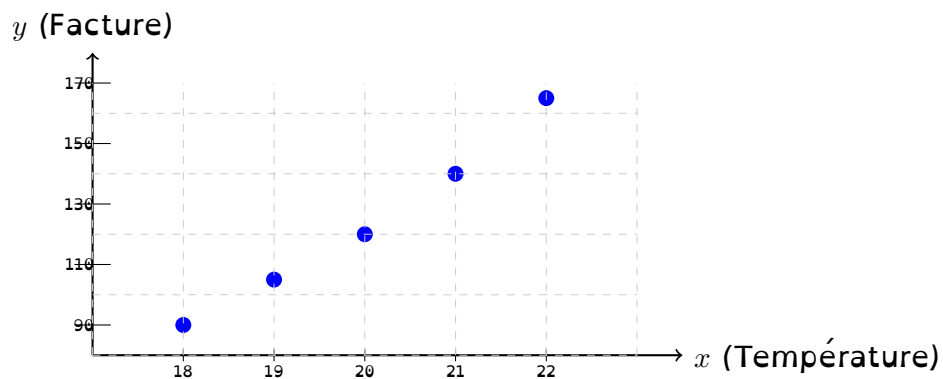


Figure 3 : Montant de la facture de chauffage en fonction de la température réglée

Corrélation

La forme du nuage de points donne une indication sur l'existence d'un lien ou non entre les deux caractères. On parle de **corrélation**.

Exercice 7 : Masse et taille de nouveau-nés

Dans une maternité, on relève la masse et la taille de cinq nouveau-nés :

Taille (en cm)	48	45	50	53	49
Masse (en kg)	3	3,2	3,8	4,5	2,6

Interprétation : Ici, il ne semble pas y avoir de relation, affine en particulier, entre la masse et la taille de ces nouveau-nés.