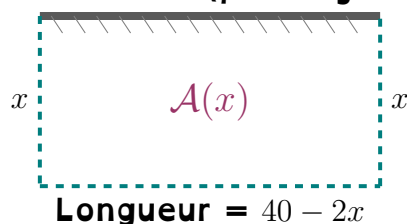


Correction : Maximiser une aire

MUR EXISTANT (pas de grillage)



Exercice 1 : Correction détaillée

1. On note x la largeur de l'enclos (en mètres).

- (a) La largeur x correspond à une longueur physique, elle doit donc être strictement positive ($x > 0$). De plus, comme le grillage total mesure 40 m et qu'il y a deux largeurs, la somme des deux largeurs ne peut excéder 40 m. Ainsi, $2x < 40 \iff x < 20$. L'ensemble de définition est donc $\mathcal{D} = [0 ; 20]$.
- (b) Le grillage total mesure 40 m.
L'enclos comporte deux largeurs mesurant x et une longueur.
La longueur s'exprime donc par : Longueur = $40 - 2x$.
- (c) L'aire $\mathcal{A}(x)$ de l'enclos (en m^2) est le produit de la largeur par la longueur :

$$\mathcal{A}(x) = x \times (40 - 2x) = 40x - 2x^2 = -2x^2 + 40x$$

2. Exploration numérique et graphique

(a) Tableau de valeurs complété :

x	0	2	5	8	10	12	15	18	20
$\mathcal{A}(x)$	0	72	150	192	200	192	150	72	0

Exemple pour $x = 5$: $\mathcal{A}(5) = -2(5)^2 + 40(5) = -50 + 200 = 150 \text{ m}^2$.

- (b) D'après ce tableau, l'aire maximale semble être atteinte pour $x = 10 \text{ m}$, et vaut alors 200 m^2 .

3. Résolution algébrique (Forme canonique)

(a) Développons l'expression $-2(x - 10)^2 + 200$:

$$-2(x^2 - 20x + 100) + 200 = -2x^2 + 40x - 200 + 200 = -2x^2 + 40x$$

On retrouve bien $\mathcal{A}(x)$. Cette écriture est la **forme canonique**.

- (b) **Justification rigoureuse du maximum** : Pour tout réel $x \in [0 ; 20]$, un carré étant toujours positif :

$$(x - 10)^2 \geq 0$$

En multipliant par -2 (ce qui inverse l'inégalité) puis en ajoutant 200 :

$$-2(x - 10)^2 \leq 0 \iff -2(x - 10)^2 + 200 \leq 200$$

Ainsi, $\mathcal{A}(x) \leq 200$. Cette valeur maximale de 200 m^2 est atteinte si et seulement si $-2(x - 10)^2 = 0$, c'est-à-dire pour $x = 10 \text{ m}$.

Conclusion : L'aire maximale est de 200 m^2 pour une largeur de 10 m (et une longueur de 20 m).