

Activité d'approche : Maximiser une aire

Un agriculteur souhaite aménager un enclos rectangulaire pour ses poules. Il dispose d'un grillage d'une longueur totale de **40 mètres**. Il utilise un mur déjà existant pour fermer l'un des côtés de la longueur. L'enclos est donc constitué de trois côtés grillagés : deux largeurs et une longueur.

Exercice 1 : Questions d'investigation

1. On note x la largeur de l'enclos (en mètres).
 - (a) Entre quelles valeurs extrêmes la variable x peut-elle varier ? Quel est l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de x ?
 - (b) Exprimer la longueur de l'enclos en fonction de x .
 - (c) En déduire que l'aire $\mathcal{A}(x)$ de l'enclos, exprimée en m^2 , est donnée par la fonction :

$$\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 40x$$

2. Exploration numérique et graphique

- (a) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	2	5	8	10	12	15	18	20
$\mathcal{A}(x)$									

- (b) D'après ce tableau, quelle semble être la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale ? Quelle est cette aire maximale ?

3. Vers l'algébrique (la forme canonique)

- (a) Développer l'expression suivante : $-2(x - 10)^2 + 200$. Que remarque-t-on par rapport à $\mathcal{A}(x)$? Cette écriture est appelée la **forme canonique**.
- (b) À l'aide de cette nouvelle écriture, justifier rigoureusement quelle est l'aire maximale de l'enclos et pour quelle valeur de x elle est atteinte.