

Développement et Factorisation - Exercices

I. Développement (sans identités remarquables)

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes.

Exercice 1

$$A = 3(5 - 3x) \quad B = -(3x + 2) \quad C = 2(4x + 5) \quad D = -3(3 - 2x)$$

Exercice 2

$$\begin{array}{lll} A = (x + 1)(x + 3) & B = (2x + 8)(x + 5) & C = (4x - 1)(x + 2) \\ D = (5x + 4)(4x + 7) & E = (4x + 3)(3x - 2) & F = (7x - 4)(2x - 1) \end{array}$$

Exercice 3

$$\begin{array}{lll} A = (x + 1)(x + 3) & B = (2x + 8)(x + 5) & C = (4x - 1)(x + 2) \\ D = (5x + 4)(4x + 7) & E = (4x + 3)(3x - 2) & F = (7x - 4)(2x - 1) \end{array}$$

Exercice 4

$$\begin{array}{ll} A = (3x + 1)(4x + 2) - 5(2x - 3) & B = (4x - 1)(5x - 3) + 7(3x - 1) \\ C = (5x - 4)(3x + 7) + (4x - 2)(5x + 9) & D = (x - 2)(x + 2) - (2x + 1)(3x - 2) \\ E = 4(3x + 1)^2 - (2x + 3)(2x - 3) & \end{array}$$

Exercice 5

$$\begin{array}{ll} A = (5x - 3)(2x - 7) - (2x + 1)(5 - 3x) & B = (2 - 3x)(5 - 2x) - 4(3x - 1)(x + 2) \\ C = (3x + 1)(x + 4) - (2x + 5)(x - 4) & D = (x + 3)(x - 2) - (x - 3)(x + 2) \\ E = (2x - 1)(2x + 4) - (3 - x)(5 - 2x) & \end{array}$$

II. Factorisation (facteur commun)

Factoriser les expressions suivantes :

Exercice 6 - Factorisation par un réel (numérique)

$$A = 7a + 21 \quad B = 14a - 35 \quad C = 10x + 5 \quad D = 27x - 36$$

Exercice 7 - Factorisation par un réel (littéral)

$$A = a^2 + 2a \quad B = 3a^2 - 6a \quad C = 12x^2 - 14x \quad D = 27x^4 - 18x^3 - 15x^2$$

Exercice 8 - Facteur commun

$$\begin{array}{ll} A = 5(x + 1) + x(x + 1) & B = (x - 1)(2x + 3) + (x - 1)(5x - 2) \\ C = (2x - 5)(4x - 3) - (2x - 5)(3x - 1) & D = 2(3x - 1)(x + 3) - 3(x + 3)(4x + 1) \\ E = 7(x - 7) - x(x - 7) + 4(x - 7) & F = (2x + 5)(3x - 7) - (2x + 5)(5x - 3) \\ G = (5x + 7)(x - 1) + (x - 1)(3x - 4) & H = (3x - 2)(x - 5) + (x - 5)^2 \\ I = (x + 7)(5x + 2) - 3(5x + 2)^2 & J = (3x - 4)(2x + 3) - (2x - 3)(3x - 4) \end{array}$$

Exercice 9 - Facteur commun (subtilités)

$$A = (5x - 2) + 4(2x + 1)(5x - 2)$$

$$B = 7x(2x + 3) + 2x + 3$$

$$C = (3x + 5)(x - 1) + (x - 1)$$

$$D = (7x - 2)(3x + 4) - (3x + 4)$$

$$E = (5x - 1)(2x + 3) - 5x + 1$$

$$F = (7x - 2)(x - 9) + 14x - 4$$

$$G = (x + 4)^2 + (x - 4)(x + 4) + 2x + 8$$

$$H = (2x + 6)(x - 5) + 3x + 9$$

III. Identités remarquables - Développement

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables.

Exercice 10

$$A = (x + 5)^2$$

$$B = (x - 3)^2$$

$$C = (x + 4)(x - 4)$$

$$D = (x + 7)^2$$

$$E = (x - 1)^2$$

$$F = (x - 6)(x + 6)$$

Exercice 11

$$A = (2x + 3)^2$$

$$B = (5x - 4)^2$$

$$C = (3x - 2)(3x + 2)$$

$$D = (6 - 3x)^2$$

$$E = (1 + 8x)^2$$

$$F = (4x + 5)(5 - 4x)$$

Exercice 12

$$A = (4x + 3)^2$$

$$B = (6x - 7)^2$$

$$C = (5x + 4)(5x - 4)$$

$$D = (3x + 7)^2$$

$$E = (7x - 5)^2$$

$$F = (3x - 5)(3x + 5)$$

$$G = (7 - 4x)^2$$

$$H = (2x + 9)^2$$

$$I = (6 - 2x)(6 + 2x)$$

Exercice 13

$$A = \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$B = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$C = \left(6x + \frac{2}{5}\right)\left(6x - \frac{2}{5}\right)$$

$$D = \left(3x + \frac{7}{6}\right)^2$$

$$E = \left(3x - \frac{4}{3}\right)^2$$

$$F = \left(\frac{7}{4}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{7}{4}x - \frac{1}{2}\right)$$

$$G = \left(2x - \frac{5}{2}\right)^2$$

$$H = \left(2x - \frac{7}{3}\right)^2$$

Exercice 14

$$A = (2x + 5)^2 - (3x - 4)^2$$

$$B = (5x + 7)^2 + (2x - 6)^2$$

$$C = (7x + 2)^2 - (4x - 3)(4x + 3)$$

$$D = (3x - 5)(3x + 5) - (3x + 5)^2$$

$$E = (5x - 3)^2 - (3x - 7)^2$$

$$F = (7x - 3)(7x + 3) - (8x + 5)(8x - 5)$$

IV. Identités remarquables - Factorisation

Factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables.

Exercice 15

$$A = x^2 - 10x + 25$$

$$B = 9 + 6x + x^2$$

$$C = 1 - x^2$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9$$

$$E = x^2 - 16$$

$$F = 9x^2 - 4$$

$$G = 9x^2 - 6x + 1$$

$$H = 25 - 4x^2$$

Exercice 16

$$A = 25x^2 - 10x + 1$$

$$B = 36x^2 + 84x + 49$$

$$C = 81x^2 - 16$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9$$

$$E = 64x^2 - 121$$

$$F = 256x^2 + 384x + 144$$

Exercice 17

$$A = 4x^2 + 20x + 25$$

$$B = 36x^2 + 12x - 1$$

$$C = 9x^2 + 4$$

$$D = 100 - 49x^2$$

$$E = 16x^2 + 32x + 64$$

$$F = x^2 + 1 - 2x$$

Exercice 18

$$A = (x - 1)^2 - (4x - 2)^2$$

$$B = 9x^2 - (x + 1)^2$$

$$C = (2x + 3)^2 - (1 + x)^2$$

$$D = (3x + 2)^2 - (5x + 1)^2$$

$$E = x^2 + 6x + 9 - (x + 3)(x - 2)$$

$$F = 25 - (2x + 3)^2$$

$$G = 3x^2 - 6x + 3$$

$$H = (3x + 3) - (x + 1)(2x - 1)$$

Exercice 19

$$A = x^2 - 4 + (x + 2)(x + 3)$$

$$B = x^2 + 6x + 9 - (x + 3)(x - 1)$$

$$C = (3x - 2)(x + 5) + 9x^2 - 4$$

$$D = 9x^2 - 1 + (3x + 1)(2x + 3)$$

$$E = x^2 - 4x + 4 + (x + 3)(x - 2)$$

Exercice 20

$$A = \frac{1}{4} - 25x^2$$

$$B = \frac{x^2}{36} - \frac{25}{49}$$

$$C = \frac{4}{9}x^2 + \frac{49}{36} + \frac{14}{9}x$$

$$D = \frac{81}{16}x^2 - \frac{33}{2}x + \frac{121}{9}$$

$$E = \frac{25}{4}x^2 - \frac{169}{144}$$

V. Racines carrées et identités remarquables

Exercice 21

Développer à l'aide des identités remarquables

$$A = (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$B = (\sqrt{2} + 3\sqrt{5})^2$$

$$C = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$D = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$$

$$E = (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2$$

$$F = (3\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{2} + 3)$$

$$G = (3\sqrt{2} + 1)^2$$

$$H = (2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)$$

$$I = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$$

$$J = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

Exercice 22

Écrire sans racine carrée au dénominateur les fractions suivantes :

$$A = \frac{2}{1-\sqrt{2}}$$

$$B = \frac{5}{\sqrt{3}+2}$$

$$C = \frac{7}{4-2\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{3}{7+2\sqrt{2}}$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

Exercice 23

Pour tout réel x positif, déterminer l'inverse de $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$. Cet inverse sera écrit sans fraction.

Exercice 24

On considère deux nombres réels positifs x et y .

Comparer les nombres $\frac{x+y}{2}$ et $\sqrt{xy}$.

Remarque

$a = \frac{x+y}{2}$ est appelée la moyenne arithmétique et $g = \sqrt{xy}$ la moyenne géométrique des deux réels x et y .

Géométriquement, si on considère un rectangle dont les côtés mesurent x et y , alors a est la longueur du côté d'un carré dont le périmètre est égal à celui du rectangle et g est la longueur du côté d'un carré dont l'aire est égale à celle du rectangle.

VI. Identités remarquables - Divers

Exercice 25

On considère l'expression $A = (3x + 4)^2 - (3x + 4)(-2x + 1)$.

1. Développer et réduire A .
2. Factoriser A .
3. Résoudre $A = 0$.
4. Calculer A pour $x = -1$.

Exercice 26

On considère l'expression $B = (x + 1)^2 + (x + 1)(2x - 3)$.

1. Développer et réduire B .
2. Calculer B pour $x = 12$
3. Factoriser B .
4. Résoudre $B = 0$.

Exercice 27

On considère l'expression $C = (2x - 1)^2 - 16$.

1. Calculer C pour $x = \frac{1}{2}$.
2. Développer et réduire C .
3. Factoriser C .
4. Résoudre l'équation $(2x - 5)(2x + 3) = 0$.

Exercice 28

On considère l'expression $D = (2x - 7)^2 + 4x^2 - 49$.

1. Factoriser D .
2. Développer et réduire D .

3. Résoudre $D = 0$.

4. Calculer D pour $x = 3$.

Exercice 29

On pose $E = (3x + 5)^2 - (3x - 5)^2$.

1. Développer et réduire E .

2. Calculer E pour $x = 30$.

3. Résoudre l'équation $E = 30$.

Exercice 30

On pose $F = 9x^2 + 30x + 25$.

1. Calculer F pour $x = 0$.

2. Résoudre l'équation $F = 25$.

3. Factoriser F .

4. Résoudre l'équation $F = 0$.

Exercice 31

Dans chacun des cas résoudre l'équation $A=0$.

1. $A = (2x - 3)^2 - (x + 2)^2$

2. $A = (x - 1)^2 - 9$

3. $A = 4x^2 - 9$

4. $A = (x + 1)^2 - (4x + 1)^2$

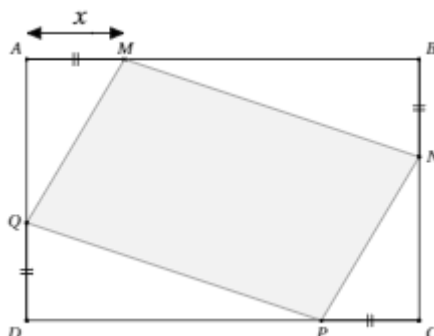
Exercice 32

Un rectangle a un périmètre égal à 20 cm. Déterminer ses dimensions pour que son aire soit égale à 25 cm².

Exercice 33

On considère un rectangle ABCD tel que $AB=7$ cm et $BC=5$ cm et un point M appartenant au segment $[AB]$. On note $AM = x$ avec $(0 < x < 5)$.

On a placé sur la figure les points N , P et Q tels que $AM = BN = CP = DQ$.



Déterminer, en justifiant votre démarche, la valeur de x telle que l'aire A du quadrilatère $MNPQ$ soit égale à 17 cm^2 .

Exercice 34

On considère deux nombres réels a et b quelconque.

1. Montrer que $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
2. En déduire l'expression développée et réduite de $(5x^2+3)^3$.
3. En utilisant la question 1. et sans tout développer donner l'expression développée et réduite de $(a-b)^3$.

Exercice 35

Quand on veut calculer le carré d'un nombre entier dont le chiffre des unités est 5, on multiplie le nombre de dizaines par son successeur et on ajoute, à droite de l'écriture décimale du produit, le nombre 25.

Exemple : On veut calculer le carré de 205. Il y a 20 dizaines.

Or $20 \times (20 + 1) = 420$

On ajoute 25 à droite de l'écriture décimale de 420 et on obtient alors que $205^2 = 42\ 025$.

En remarquant qu'un nombre se terminant par 5 peut s'écrire sous la forme $10 \times a + 5$, où a est un entier naturel, démontrer cette propriété.

Exercice 36

On considère trois nombres réels a , b et c .

Donner une expression développée et réduite de $(a+b+c)^2$.

Exercice 37

On considère l'expression $G = x^2 + 6x - 7$.

1. Compléter l'égalité $G = (x+3)^2 - \dots$
2. En déduire une factorisation de G .
3. Résoudre alors l'équation $G = 0$.
4. En adoptant la même démarche, résoudre les équations suivantes :
 - a. $x^2 + 4x - 21 = 0$
 - b. $x^2 + 11x + 30 = 0$

Exercice 38

Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ désigne un carré de côté 1. M est un point sur le segment $[AB]$. La perpendiculaire au segment $[AB]$ passant par le point M coupe le segment $[AC]$ en E et le segment $[DC]$ en G . On note F le point tel que $AMEF$ soit

un carré.

Déterminer la position du point M telle que le carré AMEF et le triangle CGE aient la même aire.

