

CORRIGÉ DE L'ÉVALUATION (SUJET B)

Thème : Ensembles de nombres et Fractions

Exercice 1 : Définitions et Exemples (7,5 points)

- Donner deux nombres irrationnels (1 point) :

Par exemple : $\sqrt{3}$ et π .

- Donner un nombre rationnel non décimal (0,5 point) :

Par exemple : $\frac{2}{7}$ (ou $-\frac{4}{3}$).

- Donner les deux définitions d'un nombre décimal et la définition d'un nombre rationnel (6 points) :

Définitions d'un nombre décimal : 1. Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale, c'est-à-dire sous la forme $\frac{a}{10^n}$

où $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.

2. C'est un nombre dont l'écriture décimale possède un nombre fini de chiffres après la virgule.

Définition d'un nombre rationnel : Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*$.

Exercice 2 : Appartenance et Inclusion (5 points)

Compléter avec le symbole qui convient parmi : $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

$$\begin{array}{ccccccccc} -7 & \notin & \mathbb{N} & \mathbb{Z} & \subset & \mathbb{D} & \frac{3}{4} & \notin & \mathbb{Z} & \mathbb{R} & \not\subset & \mathbb{Z} & \sqrt{2} & \notin & \mathbb{D} \\ 1,25 & \notin & \mathbb{Z} & -1,333 & \in & \mathbb{Q} & \sqrt{25} & \in & \mathbb{Z} & \frac{3\pi-9}{\pi-3} & \in & \mathbb{R} & \frac{3}{5} + \frac{2}{5} & \in & \mathbb{N} \end{array}$$

Exercice 3 : Vrai ou Faux (3 points)

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, en justifiant brièvement par un contre-exemple ou un argument mathématique.

- Tout nombre entier relatif est un nombre décimal.

Vrai : tout entier relatif a peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^0}$, ce qui correspond à la définition d'un nombre décimal.

- Le nombre $\sqrt{9}$ est un nombre irrationnel.

Faux : $\sqrt{9} = 3$, qui est un nombre entier (donc rationnel).

- Le nombre $\frac{1}{4}$ possède un développement décimal fini.

Vrai : $\frac{1}{4} = 0,25$, son écriture décimale s'arrête après deux chiffres.

Exercice 4 : Simplification et ensembles (4 points)

Pour chacun des nombres suivants, donner une écriture simplifiée (si elle existe) puis dire à quel plus petit ensemble il appartient :

$$1. -\frac{13}{169}$$

$$= -\frac{1}{13} \text{ (}\mathbb{Q}\text{)}$$

$$2. \sqrt{81} - 3$$

$$= 6 \text{ (}\mathbb{N}\text{)}$$

$$3. \frac{\pi + 2}{2\pi}$$

Ne se simplifie pas (ℝ)

$$4. \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$= \frac{5}{9} \text{ (}\mathbb{Q}\text{)}$$

$$5. 2,4545$$

Déjà écrit (ℝ)

$$6. -2^4$$

$$= -16 \text{ (}\mathbb{Z}\text{)}$$

$$7. \frac{3^4}{9^4}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^4 \text{ (}\mathbb{Q}\text{)}$$

$$8. \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$$

$$= \frac{6}{2} = 3 \text{ (}\mathbb{N}\text{)}$$

Exercice 5 : Calculs sur les fractions (6 points)

Calculer les expressions suivantes et donner chaque résultat sous forme de fraction irréductible.

$$1) A = \frac{2}{3} + \frac{7}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$A = \frac{2}{3} + \frac{14}{20} = \frac{2}{3} + \frac{7}{10} = \frac{20}{30} + \frac{21}{30} = \frac{41}{30}$$

$$2) B = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{3}{8}$$

$$B = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) \times \frac{8}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$3) C = \frac{1 - \frac{3}{4}}{\frac{5}{8}}$$

$$C = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{8}} = \frac{1}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Exercice 6 : Énigme des ensembles (4 points)

Soit $E = \left\{-\frac{20}{4}; \sqrt{7}; 1,25; 3\pi - 3\pi; \frac{33}{10}; -3^2; \sqrt{25}\right\}$ (soit : $\{-5; \sqrt{7}; 1,25; 0; 3,3; -9; 5\}$)

1) Classer chacun des éléments de l'ensemble E dans le tableau ci-dessous.

$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$
0; 5	-5; -9; 0; 5	-5; -9; 0; 5; 1,25; $\frac{33}{10}$	-5; -9; 0; 5; 1,25; $\frac{33}{10}$

2) A (décimaux mais pas entiers) et B (entiers relatifs) :

$$A = \{1,25; 3,3\} \text{ (ou } \frac{33}{10}\text{)} \quad \text{et} \quad B = \{-5; -9; 0; 5\}$$

3) Existe-t-il un nombre de l'ensemble E qui soit à la fois irrationnel et décimal ? Justifier.

Non, car les ensembles des nombres décimaux ($\mathbb{D}$) et des nombres irrationnels ($\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$) sont disjoints : tout nombre décimal est rationnel.

Exercice 7 : Exercice bonus (2 points)

Un cinéma propose des places à 10 € et d'autres places à 25 €. Recette : 7 000 € pour 400 spectateurs.

Soit x le nombre de places à 10 € et y le nombre de places à 25 €. On a le système :

$$\begin{cases} x + y = 400 \\ 10x + 25y = 7000 \end{cases}$$

En substituant $y = 400 - x$ dans la seconde équation :

$$10x + 25(400 - x) = 7000$$

$$10x + 10000 - 25x = 7000$$

$$-15x = -3000 \Rightarrow x = 200$$

Puis $y = 400 - 200 = 200$. Il y a donc **200 places à 10 €** et **200 places à 25 €**.